



深圳北理莫斯科大學

УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ

SHENZHEN MSU-BIT UNIVERSITY

Математическое моделирование и
исследование моделей с помощью
математических программ

数学建模及数学软件的使用

Лекция № 1

张晔

ye.zhang@smbu.edu.cn

Содержание курса

- Введение курса.
- История школы Тихонова и развитие Прикладной/вычислительной математики в России.
- Основные принципы математического моделирования.
- Как написать научные реферат и статью.
- Использование LaTeX.

Цель:

- Ознакомление студентов с основными принципами построения и исследования линейных и нелинейных математических моделей явлений и процессов самой различной природы – физических, химических, биологических, экономических, статистики и т. д. Знакомство основных математических программ.
- Предматчевая тренировка для олимпиад математического моделирования в Китае (<http://www.mcm.edu.cn>) на сентябрь и в США (<https://www.comap.com>) на февраль

- **Язык**: Китайский (Русский и Английский для терминов)
- **Отчётность**: зачет
(40% Домашние задания + 60% Описание реферата)
- **P.S.** 参加过数学建模的同学直接过
- **基本要求**:
懂几个基本数学模型 + 基本写作/LaTex + MatLab
- **答疑地点**: 主楼 522
- **答疑时间**: 星期五 (13:30 – 16:30)

莫斯科大学的数学专业 (1755 --)

- 每个自然科学/工程系都有自己的数学教研室(Кафедра)
- **Механико–математический факультет** (<https://math.msu.ru/>)、简称Мехмат
- 1933年开始、 Отделение: 数学、力学、经济(新)
- 6位菲尔茨奖得主、 Wolf & Abel Prize、Зорич数学分析、谷超豪院士
- **Физический факультет (简称Физфак)** --> Отделение прикладной математики --> **Кафедра математики** (<http://math.phys.msu.ru>)、 1933年开始、 А.Н. Тихонов (с 1934 по 1970)
- **Факультет вычислительной математики и кибернетики** (<https://cs.msu.ru>)
- 简称ВМК、 Отделение: 数学、计算机； А.Н. Тихонов在 1970年创建；超级计算机
- **Научно-исследовательском вычислительном центре МГУ.** 简称НИВЦ
- 深北莫 (刚开始、需要大家共同努力)



ТИХОНОВ 院士

吉洪诺夫(ТИХОНОВ)学派

- 拓扑、数学物理(偏微分方程)、地球物理
- (偏微分方程)奇摄动理论，华东师大数学系倪明康教授
- 反问题/ Обратные задачи / Inverse Problems
- 不适定问题/Некорректно поставленные задачи/ Ill-posed problems
- 反问题正则化理论/俄罗斯学派

数学建模

- Метод математического моделирования, представляющий собой **количественное описание изучаемых явлений на языке математики**, широко применяется для исследования всевозможных явлений природы и общественной жизни. Этот «третий путь познания» сочетает в себе достоинства как теории, так и эксперимента.
- С одной стороны, работая не с самим объектом, а с ее моделью, мы можем относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях (**преимущества теории**).
- С другой стороны, вычислительные эксперименты с моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных методов и вычислительной техники, подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим исследованиям (**преимущества эксперимента**).

数学建模的历史和发展

- Элементы математического моделирования использовались с самого начала появления точных наук: слово «алгоритм» происходит от имени средневекового арабского ученого Аль-Хорезми (аль Хорезми Абу Абдала Мухамед бен Мусса аль Маджуси, 787 г. –ок. 850 г.). Второе рождение математического моделирования пришлось на конец 40-х – начало 50-х годов XX века и было обусловлено в основном **двумя** причинами.

穆罕默德·伊本·穆萨·花拉子米



苏联在1983年9月6日发行的纪念邮票，以纪念花拉子米1200岁生日。

出生	约780年 花刺子模
逝世	约850年
民族	波斯人
知名于	对数学的贡献

数学建模的历史和发展

- **Первая** из них – появление первых компьютеров.
- **Вторая** – беспрецедентный социальный заказ – выполнение национальных программ СССР и США по созданию ракетно-ядерного щита, который не мог быть выполнен традиционными методами. Математическое моделирование блестяще справилось с этой задачей: ядерные взрывы и полеты ракет и спутников были предварительно осуществлены в недрах ЭВМ с помощью математических моделей и лишь затем претворены на практике.
- Сейчас математическое моделирование вступает в **третий** принципиально важный этап своего развития, встраиваясь в структуру информационного общества. «Сырая информация» обычно мало что дает для анализа и прогноза, для принятия решений и контроля за их исполнением. Нужны надежные способы переработки информационного сырья в готовый продукт – точные знания.

Основные этапы метода математического моделирования

1. Создание качественной модели.

- Выясняется характер законов и связей, действующих в системе. В зависимости от природы модели эти законы могут быть физическими, химическими, биологическими, экономическими.
- **Задача моделирования-выявить главные, характерные черты явления или процесса, его определяющие особенности.**
- Применительно к исследованию физических явлений создание качественной модели – это формулировка физических закономерностей явления или процесса на основании эксперимента.

Основные этапы метода математического моделирования

2. Создание математической модели (постановка математической задачи)

- Если модель описывается некоторыми уравнениями, то она называется **детерминированной**. Начально-краевые задачи математической физики являются примерами детерминированных дифференциальных моделей.
- Если модель описывается вероятностными законами, то она называется **стохастической**.
 - 1) Выделение существенных факторов. **Основной принцип: если в системе действует несколько факторов одного порядка, то все они должны быть учтены, или отброшены.**
 - 2) Выделение дополнительных условий (начальных, граничных, условий сопряжения и т.п.).

Основные этапы метода математического моделирования

3. Изучение математической модели

1. **Математическое обоснование модели.** Исследование внутренней непротиворечивости модели. Обоснование корректности дифференциальной модели. Доказательство теорем существования, единственности и устойчивости решения.
2. **Качественное исследование модели.** Выяснение поведения модели в крайних и предельных ситуациях.
3. **Численное исследование модели.**
 - а) Разработка алгоритма.
 - б) Разработка численных методов исследования модели.
Разрабатываемые методы должны быть достаточно общими, алгоритмичными и допускающими возможность распараллеливания.
 - в) Создание и реализация программы. Компьютерный эксперимент.

Основные этапы метода математического моделирования

3. Изучение математической модели

Лабораторный эксперимент

Образец
Физический прибор
Калибровка
Измерения
Анализ данных

Компьютерный эксперимент

Математическая
модель
Программа
Тестирование
программы
Расчеты
Анализ данных

По сравнению с лабораторным (натурным) экспериментом компьютерный эксперимент дешевле, безопасней, может проводиться в тех случаях, когда натурный эксперимент принципиально невозможен.

Основные этапы метода математического моделирования

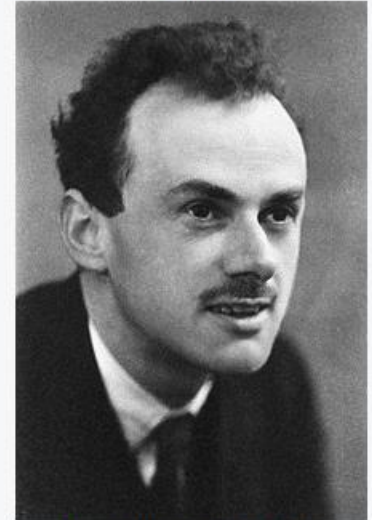
4. Получение результатов и их интерпретация

- Сопоставление полученных данных с результатами качественного анализа, натурального эксперимента и данными, полученными с помощью других численных алгоритмов. Уточнение и модификация модели и методов её исследования.

5. Использование полученных результатов

- Предсказание новых явлений и закономерностей
- Предсказание Полем Дираком открытия античастиц на основе исследования построенной им модели квантовой теории поля

Paul Dirac
OM FRS



Dirac, photographed in 1933

Born	Paul Adrien Maurice Dirac 8 August 1902 Bristol, England
Died	20 October 1984 (aged 82) Tallahassee, Florida, U.S.
Nationality	Swiss (1902–19) British (1919–84)
Alma mater	University of Bristol University of Cambridge
Known for	[show]
Spouse(s)	Margit Wigner (m., 1937)
Awards	Nobel Prize in Physics (1933) Royal Medal (1939) Copley Medal (1952) Max Planck Medal (1952) Fellow of the Royal Society (1930) ^[1]

Прямые и обратные задачи математического моделирования

1. Прямая задача (正问题)

- Все параметры исследуемой задачи известны и изучается поведение модели в различных условиях

1. Обратные задачи (反问题)

- Пример: X-ray Tomography (X-射线CT扫描)

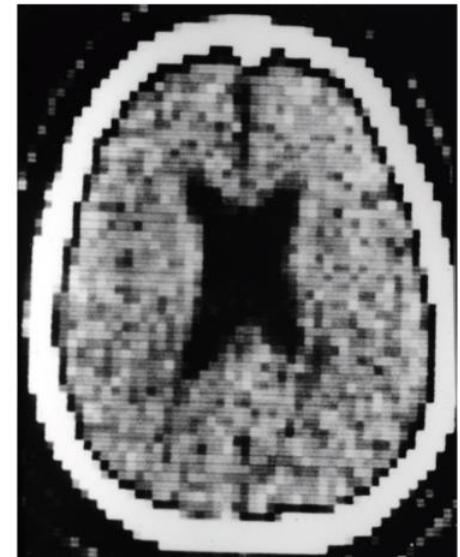
Wilhelm Conrad Röntgen invented X-rays and was awarded the first Nobel Prize in Physics in 1901



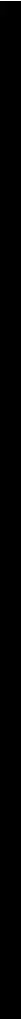
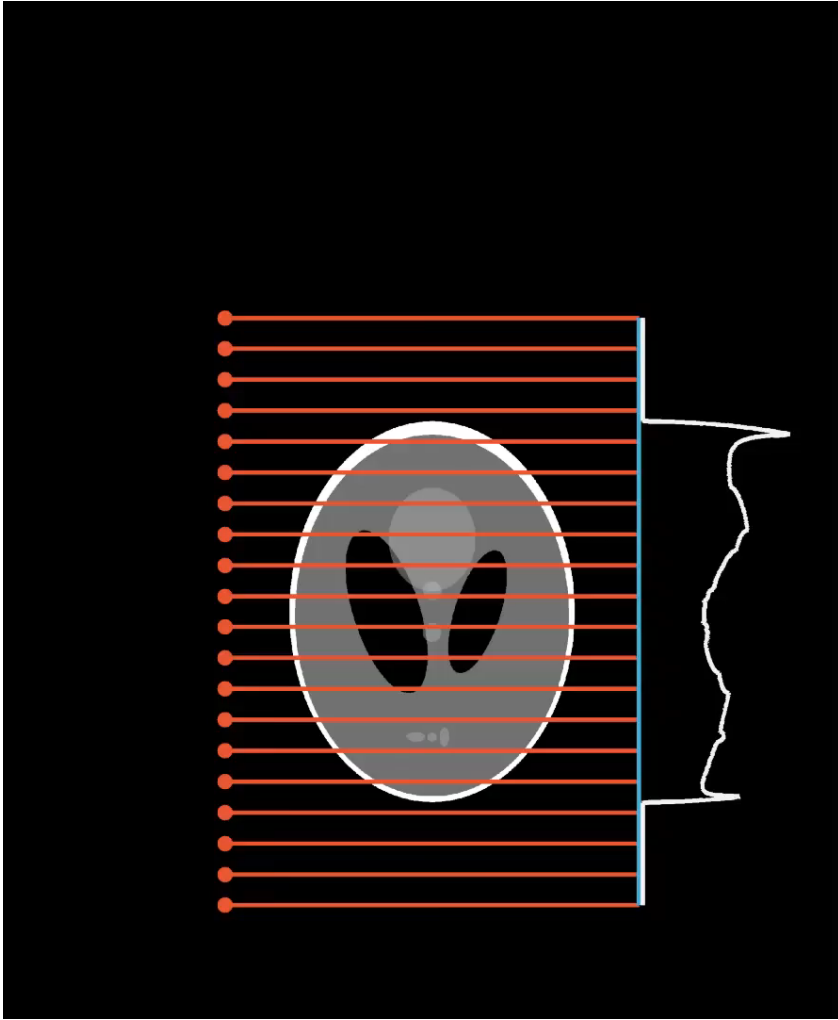
Godfrey Hounsfield and Allan McLeod Cormack were the first to develop X-ray tomography

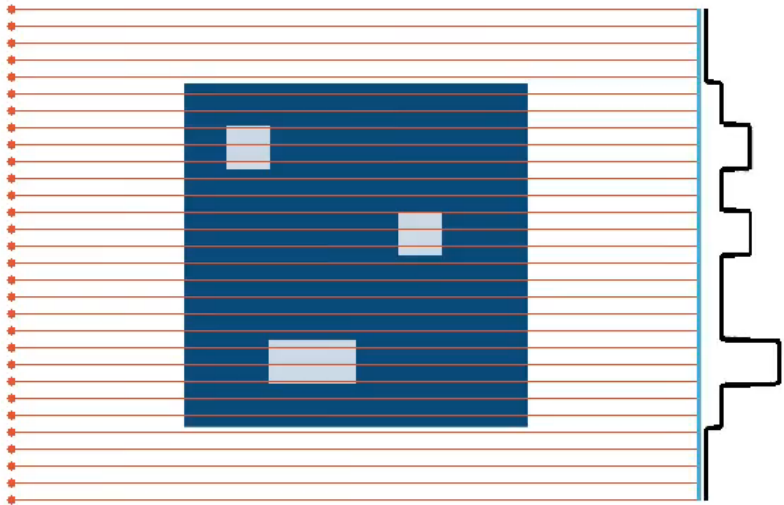


Hounsfield (top) and Cormack received Nobel prizes in 1979.











1. 公式一:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 2}{2x_n}, \quad x_0 = 1.$$

$$x_0 = 1.0$$

$$x_1 = 1.5$$

$$x_2 = 1.4166$$

$$x_3 = 1.414215686274510$$

$$x_4 = 1.414213562374690$$

$$x_5 = 1.414213562374695$$

$$x_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2x_n} (x_n - \sqrt{2})^2.$$

2. 公式二:

$$x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 6)}{3x_n^2 + 2}, \quad x_0 = 1.$$

$$x_0 = 1.0$$

$$x_1 = 1.4$$

$$x_2 = 1.414213197969543$$

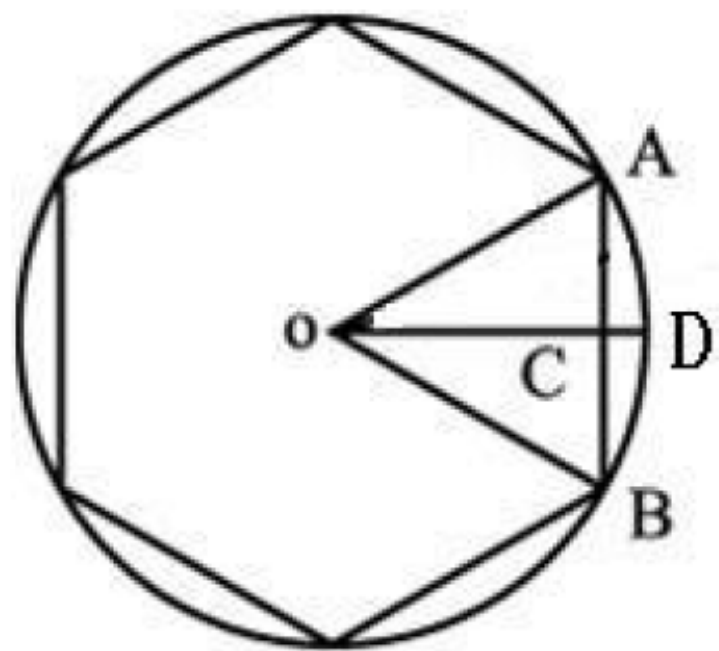
$$x_3 = 1.414213562373095$$

$$x_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{3x_n^2 + 2}(x_n - \sqrt{2})^3.$$

第二个例子

圆周率的计算

刘辉、祖冲之的割圆术: 用正 n 边形的边长和代替圆周长, 得到的圆周率用 π_n 表示.



$$l_{2n} = \sqrt{\frac{1}{4}l_n^2 + \left(r - \sqrt{r^2 - \frac{1}{4}l_n^2}\right)^2}.$$

第二个例子

圆周率的计算：计算出人意料

$$\pi_6 = 3.0$$

$$\pi_{12} = 3.1058285\dots$$

$$\pi_{24} = 3.1326286\dots$$

$$\pi_{48} = 3.13935020\dots$$

$$\pi_{96} = 3.1410319\dots$$

$$\pi_{192} = 3.14145247\dots$$

$$\frac{4\pi_{96} - \pi_{48}}{3} = 3.1415925\dots$$

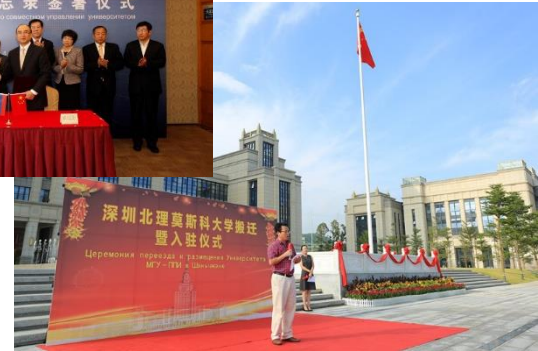
$$\frac{4\pi_{192} - \pi_{96}}{3} = 3.141592653\dots$$

第三个例子

猜想： π 中包含所有的自然数

深圳北理莫斯科大学大事记

- 2014年3月1日：确定建立深北莫
- 2019年7月23日：入驻新校区
- <http://www.subidiom.com/pi/pi.asp>



Results:

The numeric string **20140301** appears at the 2,485,526th decimal digit of Pi.

06294407104049856525**20140301**35532286381377336524
^
← 2,485,526th digit

Search time was 0.0175 seconds.

Find the [next](#) occurrence of 20140301 in Pi

Results:

The numeric string **20190723** appears at the 21,078,108th decimal digit of Pi.

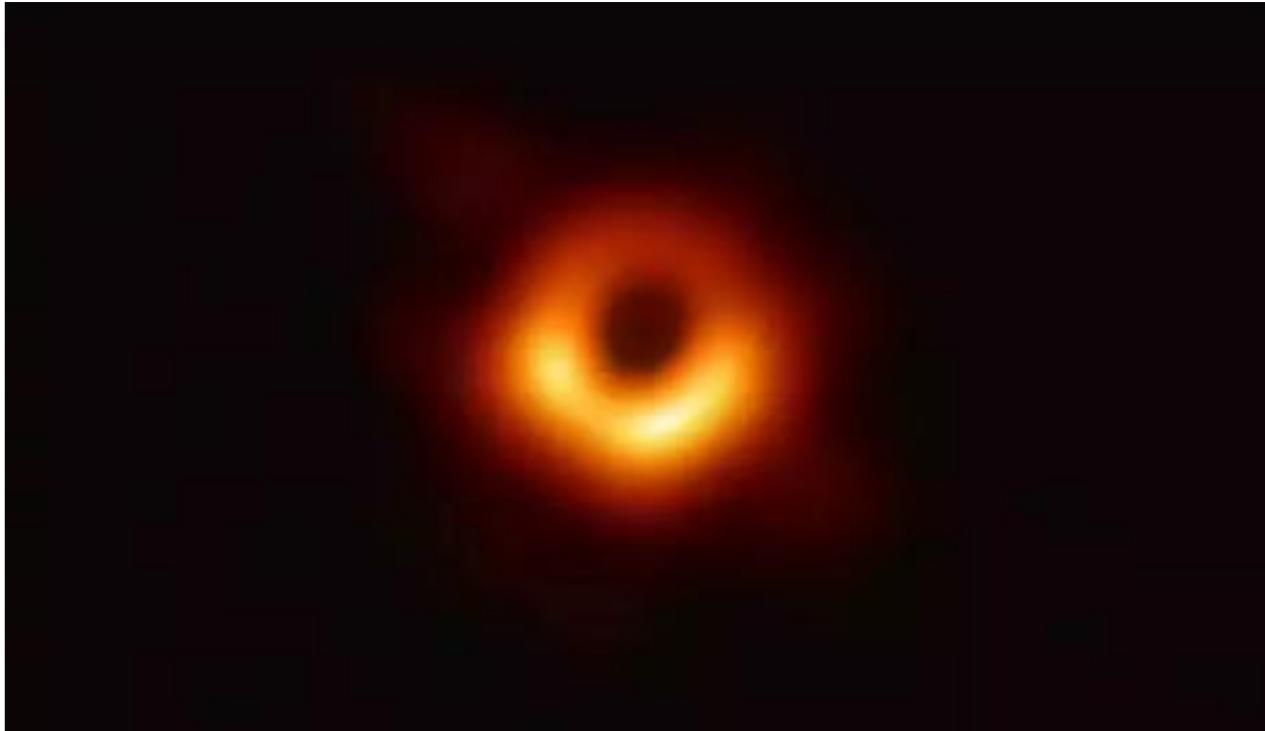
22140820405264395829**20190723**28631443196245343789
^
← 21,078,108th digit

Search time was 0.1564 seconds.

Find the [next](#) occurrence of 20190723 in Pi

黑洞

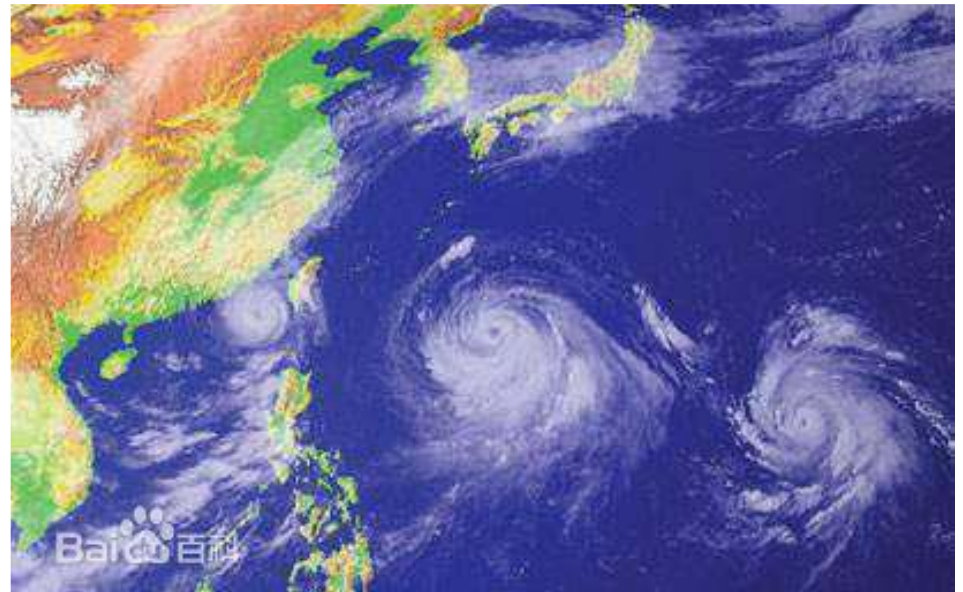
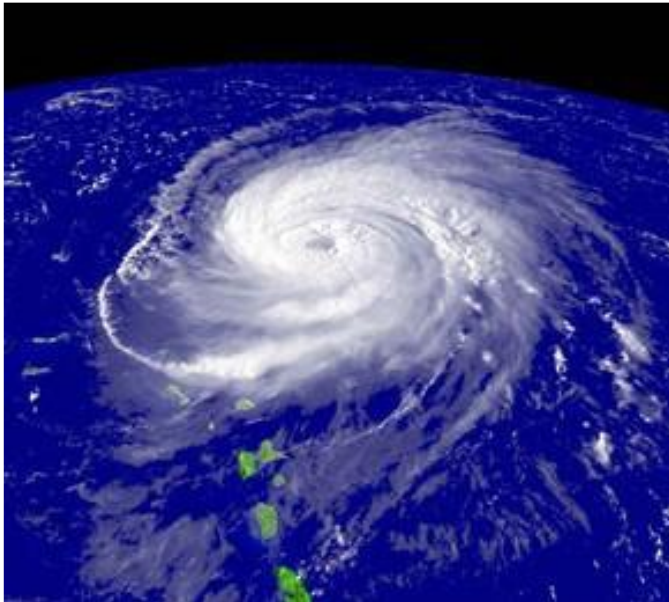
- 2019年4月11日，人类史上第一张黑洞照片公布。这张照片的背后，超级计算机处理数PB的天文数据，并且模拟黑洞碰撞、星系诞生，是人类想象力的终极武器。



应用例子2

数值天气预报，20世纪一场静悄悄的革命

- 2019年度国家科学技术奖励大会，最高奖，中科院院士曾庆存。气象学地球流体力学家，数值天气预报，气候预测，台风的强度，路径，预警减除灾害。
- 原来研究分析气象图，根据统计、经验来预报。



应用例子3

在生活中已经出现的人工智能



AlphaGo vs. KE Jie: 3:0



人工智能使无人驾驶汽车成为可能

- 700个(应用)数学家
- 第一个是**Single RAN**算法。
- 华为手机分为1G、2G、3G、4G、5G，它们基站的分布是不一样的。现在部署5G的基站时候，怎么把4G、3G的基站，甚至2G的基站利用起来，以节省开支？华为有一个算法叫Single RAN。这个算法原创于华为在俄罗斯的一个数学所，里面一个俄罗斯的数学家在这方面有一套原创的算法，使得华为部署基站时既能省钱，又能走在世界的前面。

应用例子5

Coronavirus (SARS&新型冠状病毒)



Coronavirus (SARS&新型冠状病毒)

- SARS病毒 \leq 李大潜院士 团队
- 新型冠状病毒 \leq 程晋教授 团队 (反问题)



应用数学论文的格式

- 论文题目：要求准确、简练
- 作者信息(名字、工作单位)、数学建模比赛不用写。 **Single-blind**
- 目录：一般短篇论文不必列目录
- 提要：要求短、精、完整。字数少可几十字,多不超过三百字为宜。比赛时非常重要
- 关键词或主题词（根据要求写或不写）
- 正文：
 1. 引言：一般要概括地写出选题的背景、目的和意义,前人的研究情况。
给出文献引用
 2. 数学模型的建立
 3. 模型的求解（方法、分析）
 4. （物理或计算机）实验
 5. 模型的优缺点(可以不写)
 6. 结论
 7. 文献
 8. 附录(可以不写)
- 文献的格式（不同的规定）

中文：标题—作者—出版物信息（版地、版者、版期）

英文：作者—标题—出版物信息